Ed Calle Deltares
Ton Vrouwenvelder TNO Bouw en Ondergrond
Jaap Lindenberg Deltares
Geerhard Hannink Ingenieursbureau Gemeentewerken Rotterdam
Edward Bruijn Witteveen+Bos

Allen zijn lid van de CUR-commissie C135

Representatieve waarden voor grondparameters in de Geotechniek

Samenvatting

Het vergaren van lokaal grondonderzoek, leidend tot een beter inzicht in de ondergrond, wordt vaak niet 'beloond' met optimalere ontwerp uitgangspunten. In dit artikel wordt ingegaan op het werk van de CUR commissie C135, die zich over deze vraag heeft gebogen. Deze commissie hanteerde als motto 'van onzekerheid naar betrouwbaarheid'. Dit artikel concentreert zich op het combineren van informatie uit Tabel 1 van NEN6740 met additionele steekproefinformatie uit lokaal grondonderzoek.

Tabel 1 in de geotechnische norm NEN 6740 geeft indicaties voor representatieve waarden van lokale laaggemiddelden van grondparameters voor geotechnische analyses. Voor het (voor)ontwerpen van constructies zijn deze indicatie goed bruikbaar. Bij de wat grotere werken zal doorgaans bij het maken van een definitief ontwerp lokaal additionele informatie worden ingewonnen over de grondeigenschappen.

In dit artikel zijn twee methoden besproken voor het combineren van additionele lokale waarnemingen van grondparameters met(voor)informatie uit de tabel. De in de NEN 6740 gegeven procedure is effectief v.w.b. 'voordelig' combineren, maar de theoretische onderbouwing roept wel vragen op. Een theoretisch betere en internationaal geaccepteerde methode is het Bayesian Updating concept. Een getallenvoorbeeld laat zien dat de Bayesiaanse methode doorgaans tot gunstiger schattingen van karakteristieke waarden voor laaggemiddelden van grondparameters zal leiden.

Inleiding

De afgelopen jaren heeft de CUR commissie C 135 zich gebogen over de vraag hoe om te gaan met onzekerheden bij het geotechnisch schematiseren, hoe dit de (berekende) veiligheid van grondconstructies kan beïnvloeden en wat de NEN-normen hierover zeggen. Het motto van de commissie was: 'van onzekerheid naar betrouwbaarheid'. Een enquête onder een beperkt maar representatief deel van de geotechnische sector in Nederland leerde dat er behoefte bestond aan handreikingen waarin de achtergronden van de geotechnische normen uiteengezet worden. Bovendien bleek er behoefte te zijn aan praktische aanwijzingen en voorbeelden hoe, binnen het gedachtenkader van de norm, bij het ontwerpen of toetsen van grondconstructies kan worden geoptimaliseerd. Het resultaat is de onlangs uitgebrachte CUR handreiking voor geotechnisch ontwerpen [5].

Een belangrijk onderdeel in deze handreiking betreft de wijze waarop representatieve (of karakteristieke) grondparameters voor geotechnische analyses kunnen worden geschat. In de geotechnische norm NEN 6740 [8] is een tabel opgenomen *(Tabel 1)* waarin veilige indicaties voor aan te houden representatieve grondparameters worden gegeven. In de praktijk zal men doorgaans, naast deze indicaties, ook beschikken over lokaal grondonderzoek met, in omvang overigens beperkte aantallen, waarnemingen van grondparameters uit in situ- of laboratoriumproeven. Door de beperkte aantallen waarnemingen blijkt dat statistisch bepaalde karakteristieke schattingen van grondparameters vaak niet leiden tot gunstiger schattingen dan in de norm aangegeven indicaties. Met andere woorden, het vergaren van informatie door lokaal grondonderzoek, wat aannemelijk leidt tot beter inzicht in de actuele ondergrondgesteldheid, wordt vaak niet 'beloond' met optimaler ontwerpuitgangspunten. Met de handreiking beoogt de commissie handvatten te geven hoe hiermee om te gaan.

In dit artikel kijken we naar het bepalen van karakteristieke grondparameters voor grondmechanische analyses. Gaandeweg zullen we toespitsen op een discussie over het combineren van informatie uit Tabel 1 van de norm met additionele steekproefinformatie uit lokaal grondonderzoek.

Het veiligheidsconcept voor ontwerpen volgens de Eurocode

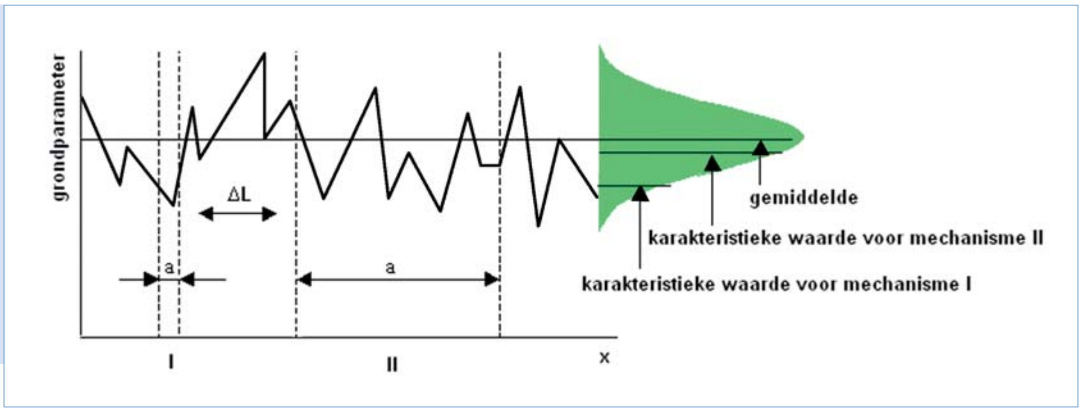
In de nationale bijlage bij Eurocode 7, 'Geotechnisch Ontwerp; deel 1- Algemene Regels' [10], is, net als in de NEN 6740 (zie [11] voor de relatie Eurocode 7 en NEN 6740), gekozen voor een veiligheidsbenadering bij het ontwerpen van grondconstructies, die gebaseerd is op partiële belasting- en sterktefactoren, het zogenaamde LRFD concept (Load and Resistance Factor Design). Hierbij worden eerst zogenaamde karakteristieke waarden voor de ontwerpparameters afgeleid, dit zijn 5% onder- of 95% bovengrensschattingen voor respectievelijk sterkte en belastingparameters. In plaats van met karakteristieke waarden wordt ook wel met zogenoemde representatieve waarden gewerkt. Dit zijn op andere dan statistische wijze geschatte veilige waarden, waarvan aangenomen mag worden dat die tot minstens eenzelfde veiligheidsniveau van een ontwerp leiden als karakteristieke waarden. De karakteristieke sterkteparameters worden vervolgens gedeeld door partiële veiligheidsfactoren op de sterkte (de materiaalfactoren). De karakteristieke belastingparameters worden vermenigvuldigd met belastingfactoren. Op die manier worden ontwerpwaarden (ook wel rekenwaarden genoemd) van sterkte- en belasting gevonden. Het criterium voor veiligheid van een ontwerp, vervolgens, is dat de met de rekenwaarden voor sterkteparameters berekende sterkte van de constructie groter moet zijn dan of gelijk aan de met de rekenwaarden voor belastingen berekende belastingeffecten.

Het vaststellen van karakteristieke waarden van grondsterkteparameters is een essentiële stap, maar de wijze waarop dit moet is niet zo evident als het lijkt. Dit hangt immers af van wat de grondparameters in de geotechnische analyse feitelijk representeren: gemiddelden langs een glijvlak of in een door belastingacties beïnvloed groot volume, of echte 'puntwaarden' van de grondparameter (dit zijn feitelijk tóch gemiddelde waarden voor een klein volume, zoals een grondmonster voor laboratoriumtesten). Hierbij zijn twee typen ruimtelijke afmetingen van belang, namelijk de probleemschaal en de fluctuatieschaal.

Probleemschaal en Fluctuatieschaal

De probleemschaal karakteriseert de ruimtelijke afmetingen van een potentieel (bezwijk)mechanisme in de grond. Bijvoorbeeld, de afmetingen van een glijvlak bij het afschuiven van een talud liggen in de orde van enkele meters in verticale richting en in de orde van enkele tientallen meters in horizontale richting. De fluctuatieschaal karakteriseert ruimtelijke variabiliteit van

Figuur 1 *De probleemschaal van mechanisme I is klein ten opzichte van de fluctuatieschaal. Hier is de lokale waarde van belang en daarom moet gerekend worden met de karakteristieke schatting van 'puntwaarden'. Bij mechanisme II is de gemiddelde waarde over de afmeting van het mechanisme van belang. Hier moet gerekend worden met de karakteristieke schatting van dit gemiddelde.*

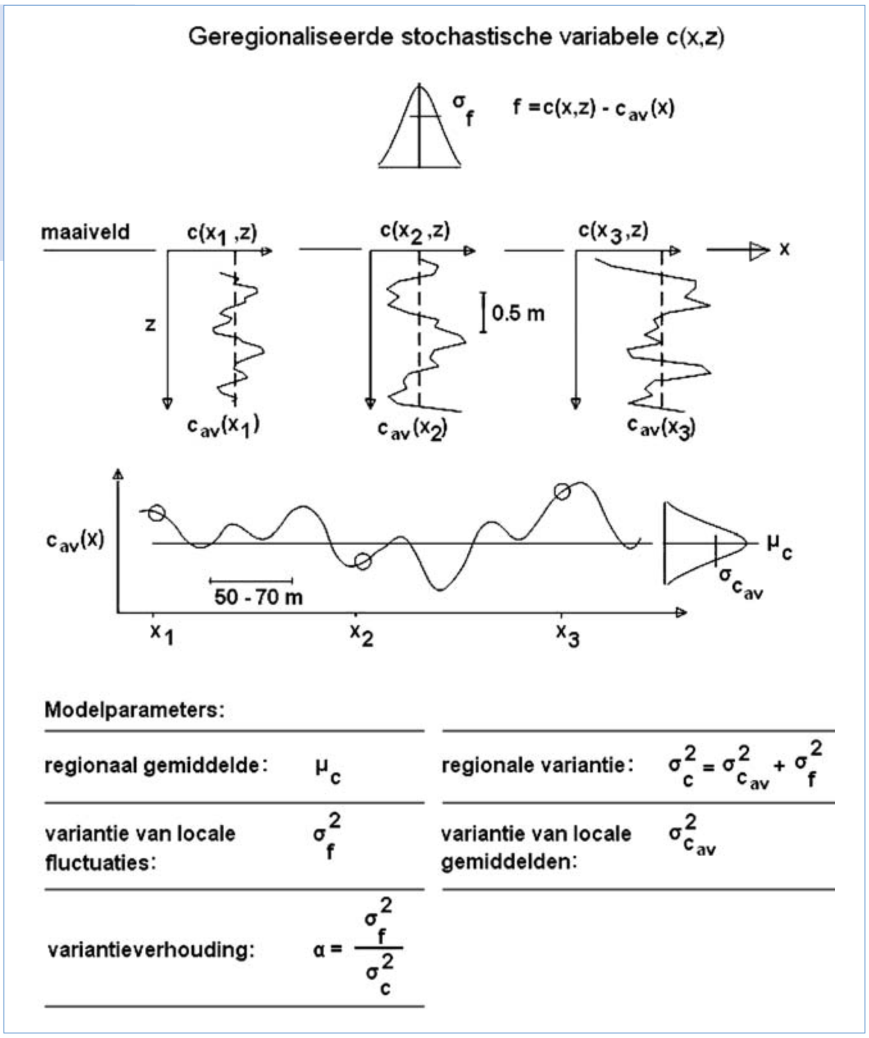


een grondparameter, met name de snelheid waarmee lokale 'puntwaarden' rond het gemiddelde kunnen fluctueren. In *figuur 1* is de variatie van een grondparameter rond de gemiddelde waarde heel schematisch weergegeven. De fluctuatieschaal is in deze figuur aangegeven met 'ΔL'. Er zijn ook twee hypothetische mechanismen aangegeven, namelijk mechanisme I en mechanisme II, met verschillende afmetingen (probleemschaal), die met 'a' worden aangeduid. De probleemschaal van mechanisme I is klein ten opzichte van de fluctuatieschaal ($a<\Delta L$), daarom is dit mechanisme gevoelig voor de lokale waarde van de grondparameter. Bij het bepalen van de karakteristieke waarde van de grondparameter voor de analyse van dit mechanisme I moeten we dus rekening houden met mogelijke lokale waarden. De probleemschaal van mechanisme II is groot ten opzichte van de fluctuatieschaal ($a>>\Delta L$). De invloed van lokale fluctuaties van de grondparameter wordt hierbij als het ware uitgemiddeld. Bij het bepalen van de karakteristieke waarde voor dit mechanisme moeten we dus rekenen met 'gemiddelden binnen de afmeting van het mechanisme'.

Stochastisch model voor ruimtelijke variabiliteit van een grondeigenschap

Ruimtelijke variabiliteit van een grondeigenschap binnen een grondlaag kan bestaan uit een systematische component en een willekeurige, onvoorspelbare, component. Met systematische ruimtelijke variatie van een grondeigenschap bedoelen we variatie als functie van de plaats binnen een grondlaag, die op grond van de fysica of de geologie verklaarbaar is, of die aan de hand van een trendanalyse op waarnemingen uit een groot gebied wordt gevonden. Bijvoorbeeld, de toename van (ongedraineerde) schuifsterkte met de diepte is voor grondsoorten met een inwendige wrijvingshoek fysisch verklaarbaar. Naast systematische ruimtelijke variatie hebben we te maken met onvoorspelbare ruimtelijke variatie. In dit artikel ligt de nadruk op de effecten van de onvoorspelbare ruimtelijke variatie in geotechnische analyses. Voor de beschrijving ervan gebruiken we het ruimtelijk stochastisch model, dat in het Technisch Rapport Waterkerende Grondconstructies van de TAW is beschreven (TRWG) [1]. Dit is een conceptueel model, dat bij het opstellen van de TAW-Leidraad Rivierdijken (LOR2) [2] is ontwikkeld om een recept af te leiden voor het bepalen van karakteristieke waarden op basis van regionale proevenverzamelingen. Recent is een statistische onderbouwing van dit model, op basis van een geschikte regionale proevenverzameling, gepubliceerd [3], [4].

Figuur 2: Stochastisch model voor het ruimtelijke variatiepatroon van grondeigenschap C.



In *figuur 2* varieert de grondparameter C continu als functie van ruimtelijke coördinaten x (horizontaal) en z (verticaal). C(x,z) wordt opgevat als zogenaamde regionale stochastische functie. Dat wil zeggen dat in elk punt *(x,z)* binnen de grondlaag C een stochastische variabele is. De waarde C(x,z) in een willekeurig punt (x,z) wordt opgebouwd gedacht uit een lokaal gemiddelde $C_{av}(x)$, die in horizontale richting fluctueert rond het regionale gemiddelde μ_c en een fluctuatie $f=C(x,z)-C_{av}(x)$, die in verticale richting varieert rond $C_{av}(x)$. De fluctuaties in

verticale richting zijn normaal verdeeld en hebben een standaardafwijking σ_f. De fluctuaties van het lokale laaggemiddelde $C_{av}(x)$ rond het regionale gemiddelde μ_c zijn normaal verdeeld en hebben een standaardafwijking $\sigma_{C_{av}}$.
De totale variantie van de fluctuaties van C(x,z) ten opzichte van het regionale gemiddelde μ_C is gelijk aan de som van de twee afzonderlijke varianties (dit zijn de kwadraten van de standaardafwijkingen): $\sigma_C{}^2 = \sigma_{C_{av}}{}^2 + \sigma_f{}^2$. Dit noemen we de regionale variantie.
De snelheid van fluctueren is afhankelijk van de zogenaamde correlatielengten, ook wel fluctuatieschalen genoemd. In verticale richting (zie bovenste grafieken in *figuur 2*) hebben we te maken met kleine correlatielengtes van, doorgaans enkele decimeters. In horizontale richting (zie onderste grafiek in *figuur 2*) hebben we te maken met grote correlatielengtes, in de orde van tientallen meters. Zoals al betoogd is de grootte van de correlatielengte van belang bij het schatten van de karakteristieke waarde van grondeigenschappen.

De parameter α in *figuur 2* is de verhouding tussen de lokale variantie ($\sigma_f{}^2$) en de totale regionale variantie ($\sigma^2{}_c$). Dit is een erg belangrijke parameter bij het bepalen van karakteristieke waarden van lokale laaggemiddelden van een grondeigenschap. In het TRWG [1] wordt in navolging van de LOR2 [2] de waarde van α=0.75 aangehouden. In [3] en [4] wordt nader ingegaan op deze verhouding.

Karakteristieke waarden voor grondeigenschappen

Voor, bijvoorbeeld, een stabiliteitsanalyse van een talud met behulp van een glijcirkelberekening, is de schuifsterkte die in de berekening moet worden ingevoerd een gemiddelde langs een glijvlak. De afmetingen van een potentieel glijvlak zijn uiteraard variabel, maar doorgaans gaat het om enige meters in verticale richting en enkele tientallen meters in horizontale richting. De karakteristieke waarde die geschat moet worden is in dit geval dus de 5% ondergrenswaarde van het gemiddelde langs het glijvlak. Kijken we naar *figuur 2*, dan zien we dat de afmeting van een potentieel glijvlak in verticale richting veel groter is dan de verticale correlatielengte. Dat wil zeggen dat voor een analyse van de taludstabiliteit de schuifsterktevariaties in verticale richting gerekend moet worden met gemiddelden van de schuifsterkte. In horizontale richting zien we dat de afmetingen van een potentieel glijvlak qua orde van grootte ongeveer gelijk zijn aan de horizontale correlatielengte. In horizontale richting vindt dus niet of nauwelijks uitmiddeling plaats. In termen van het model voor ruimtelijke variabiliteit, dat in *figuur 2* is geschetst, is voor de glijvlakanalyse een schatting van de karakteristieke waarde van het lokale laaggemiddelde $C_{av}(x)$ nodig. Dit is voor veel grondmechanische analyses, uiteenlopend van de berekening van zettingen tot het schatten van een paaldraagvermogen, het geval.

In *figuur 2* lijkt het alsof 'lokaal' wordt geassocieerd met 'één verticaal'. We bedoelen met lokaal echter een gebied met in horizontale richting afmetingen van de orde van grootte gelijk aan de horizontale fluctuatieschaal (dus tientallen meters).

Wanneer de afmeting van een mechanisme (en het daardoor beïnvloede volume grond in verticale richting) kleiner zou zijn dan de verticale correlatielengte dan zou een karakteristieke schatting van de 'puntwaarde', C(x,y), nodig zijn. Wanneer, als ander extreem, de afmeting van het mechanisme in horizontale richting veel groter zou zijn dan de horizontale correlatielengte, dan treedt ook in horizontale zin uitmiddeling op en zou de te zoeken karakteristieke waarde de 5% onder of bovengrenswaarde van het regionale gemiddelde μ_c moeten zijn. Doorgaans, echter, zijn deze situaties voor grondeigenschappen in grondmechanische mechanismen niet van toepassing.

Lokale en Regionale Proevenverzamelingen

Met het regionale model in gedachten kijken we nu naar verschillende wijzen om karakteristieke grondparameters te schatten. Wanneer dit op basis van grondonderzoek gebeurt kunnen we qua de opzet ervan onderscheid maken tussen lokaal grondonderzoek en regionaal grondonderzoek.

Lokale Proevenverzamelingen

Bij lokaal grondonderzoek worden op één locatie (waarvoor een ontwerp- of toetsanalyse wordt uitgevoerd) waarnemingen van de grondparameter ingewonnen, hetzij door insitu proeven, of door het steken van grondmonsters die in het laboratorium worden beproefd. Stel dat we een steekproef van n waarnemingen hebben, die we aanduiden als {Ci} (i=1...n), dan kunnen we het gemiddelde en de variantie van deze steekproef berekenen volgens:

$$C_{gem} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} C_i \qquad (1)$$

en

$$s_C^2 = \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^{n} (C_i - C_{gem})^2 \qquad (2)$$

Het steekproefgemiddelde Cgem is dan een schatter voor het lokale laaggemiddelde C_{av} op de betreffende locatie en de standaardafwijking van de steekproef is een schatter voor de standaardafwijking van de lokale afwijkingen ten opzichte van dit gemiddelde σ_f. Uitgaande van een normale kansverdeling van de grondparameter luidt de formule voor het berekenen van de karakteristieke 5% onder- en bovengrenswaarden van het lokale laaggemiddelde:

$$C_{av,kar} = C_{gem} \pm t_{n-1}^{0.95} \frac{s_C}{\sqrt{n}} \qquad (3)$$

Hierin is t de Student factor, die voor grote n nadert tot 1.645, zoals bij de normale verdeling. Deze term verdisconteert de statistische fout in de schatting van de standaardafwijking van de populatie uit een steekproef met een beperkt aantal waarnemingen. De tweede term in het rechterlid dient om statistische onzekerheid, dat wil zeggen het mogelijke verschil tussen het berekende gemiddelde, C_{gem} en het werkelijke laaggemiddelde, C_{av}, te verdisconteren.

Indien we om wat voor reden niet geïnteresseerd zouden zijn in laaggemiddelden, maar in karakteristieke schattingen van de 'puntwaarden' zelf dan luidt de formule:

$$C(x,z)_{kar} = C_{gem} \pm t_{n-1}^{0.95} s_C \sqrt{1+\frac{1}{n}} \qquad (4)$$

Zoals gezegd zal bij grondeigenschappen binnen een grondlaag doorgaans het laaggemiddelde relevant zijn voor grondmechanische analyses (formule 3). Bij vaststellen van laagdikten, bijvoorbeeld voor een opbarst analyse, zoeken we doorgaans de karakteristieke schatting van de 'puntwaarde'; in dat geval is formule (4) het aangewezen recept.

Regionale proevenverzamelingen

Bij regionaal grondonderzoek worden waarnemingen van de grondparameter ingewonnen over een groot gebied. Deze worden verzameld in een regionale proevenverzameling. Bij het schatten van karakteristieke waarden van het lokale gemiddelde van een grondparameter voor een grondmechanische analyse moet rekening gehouden worden met de ruimtelijke variatie van lokale gemiddelden (in *figuur 2* gerepresenteerd door de standaardafwijking $\sigma_{C_{av}}$). In de LOR2 [2] wordt hiervoor de volgende formule gegeven:

$$C_{av,kar} = C_{gem} \pm t_{n-1}^{0.95}\, s_C \sqrt{\Gamma^2 + \frac{1}{n}} \qquad (5)$$

Hierin wordt, naast de statistische onzekerheid over het regionale laaggemiddelde (het mogelijke verschil tussen C_{gem} en μ_C), de ruimtelijke variatie van lokale laaggemiddelden ten opzichte van het regionale gemiddelde (het mogelijke verschil tussen C_{av} en μ_C) verdisconteerd. In de LOR2 [2] wordt aanbevolen voor Γ^2 de waarde 0,25 aan te houden. In de terminologie van *figuur 2* is $\Gamma^2 = (1-\alpha)$.
Voor een gedetailleerder beschouwing over de statistiek bij proevenverzamelingen, en het schatten van karakteristieke waarden van laaggemiddelden van grondeigenschappen op basis van die verzamelingen, wordt verwezen naar [3] en [4]. In de laatste is ook aangegeven hoe de formules veranderen als we uitgaan van een lognormale kansverdeling van de grondeigenschap. Het blijkt namelijk dat een normale kansverdeling bij grondeigenschappen met een grote relatieve spreiding gemakkelijk leidt tot fysisch inconsistente schattingen van karakteristieke waarden. Bij een lognormale kansverdeling treedt dit probleem niet op. In dit artikel blijven we overigens bij de normale verdeling.

Vaak zijn bestaande regionale proevenverzamelingen de eerst geraadpleegde informatiebronnen bij het ontwerpen of toetsen van grondconstructies. Aan de hand van uitkomsten van analyses met deze informatie wordt nagegaan of verdere optimalisering mogelijk is door deze regionale (statistische) informatie aan te vullen met additioneel lokaal grondonderzoek. Verderop in dit artikel gaan we hier nader op in.

Interpretatie van Tabel 1 in NEN 6740

In *Tabel 1* van NEN 6740 worden representatieve waarden voor grondeigenschappen van een groot aantal grondsoorten gegeven. Het gaat hierbij om de onder- en bovengrenswaarden voor laaggemiddelden van die eigenschappen. De tabel is samengesteld op basis van gedeelde inzichten en praktijkervaring van geotechnische specialisten in Nederland, bij het opstellen van de norm, begin negentiger jaren van de vorige eeuw. In de herziene druk [8] zijn een aantal waarden gewijzigd.

Hoe moeten de representatieve waarden in Tabel 1 worden opgevat ?

De representatieve waarden in de tabel mogen worden gebruikt voor geotechnische ontwerpberekeningen als men niet de beschikking heeft over proefresultaten uit lokaal of regionaal grondonderzoek. De tabel mag landdekkend worden toegepast. De waarden in *tabel 1* kunnen derhalve worden opgevat als veilige schattingen van karakteristieke onder- en bovengrenzen van lokale laaggemiddelden van de grondparameters.

Hoewel niet gekoppeld aan concrete statistische informatie kan *tabel 1* wel beschouwd worden te zijn voortgekomen uit een landelijke 'proevenverzameling'. Namelijk de verzameling van inzichten van specialisten. Vaak zal men bij het ontwerpen van grondconstructies ook beschikken over aanvullend lokaal grondonderzoek, waaronder uitkomsten van insitu of laboratoriumproeven. De omvang van zulk lokaal onderzoek is doorgaans beperkt. De norm geeft wel aan hoe hier mee omgegaan moet worden, maar dit komt er op neer dat óf de tabelwaarden worden gebruikt óf het lokale grondonderzoek. Een veel voorkomende vraag is dan ook hoe de praktijkervaring in *tabel 1* kan worden gecombineerd met lokaal ingewonnen informatie.

Een bekende statistische aanpak om informatie uit verschillende bronnen te combineren is de *Bayesian updating* methode. Daarbij worden à priori bekende statistische kengetallen gecombineerd met nieuwe waarnemingen. Dit leidt tot nieuwe, aangepaste, zogenaamde à posteriori statistische kengetallen. Bij het combineren van de laaggemiddelde informate uit *tabel 1* met nieuwe waarnemingen kunnen we de à priori verwachtingswaarde berekenen aan de hand van de in *tabel 1* gegeven representatieve onder- en bovengrens (door deze op te vatten als 5% onder- respectievelijk 95% bovengrens).

Hoe kunnen de variatiecoëfficiënten in Tabel 1 worden opgevat?

Bij toepassing van Bayesian Updating voor het schatten van een lokaal laaggemiddelde op basis van *tabel 1* en additioneel lokaal grondonderzoek hebben we, naast de verwachtingswaarde, ook de standaardafwijking van het laaggemiddelde in *tabel 1* nodig. In *tabel 1* worden wel relatieve spreidingen (variatiecoëfficiënten) genoemd, maar er wordt niet expliciet bij aangegeven wat de betekenis hiervan is. Er zijn verschillende mogelijkheden denkbaar.

De variatiecoëfficiënten kunnen betrekking hebben op de spreiding van 'puntwaarden' binnen een locatie ten opzichte van het laaggemiddelde op die locatie. In de norm wordt van deze interpretatie uitgegaan bij het combineren van informatie in *tabel 1* met additionele informatie uit lokaal grondonderzoek. De in de norm gegeven methode wordt verderop in dit artikel besproken. In de terminologie van *figuur 2* worden de variatiecoëfficiënten in *tabel 1* hierbij dus opgevat als σ_f / C_{av}.

Denkbaar is ook dat deze variatiecoëfficiënten betrekking hebben op de (ruimtelijke) spreiding van de laaggemiddelden van de grondeigenschappen waarvoor in de tabel representatieve waarden zijn gegeven. Strikt genomen is het vaststellen van veilige onder- en bovengrenzen van laaggemiddelden van de grondparameters niet mogelijk zonder indicaties van de ruimtelijke (regionale of zelfs landelijke) variatie van die lokale laaggemiddelden. De opstellers van *tabel 1* moeten in principe dus zo'n spreiding voor ogen hebben gehad. Daarom valt er wat te zeggen voor deze interpretatie. In de terminologie van *figuur 2* gaat het daarbij om de regionale spreiding van het lokale laaggemiddelde C_{av} en kan de variatiecoëfficiënt worden opgevat als $\sigma_{C_{av}}/\mu_C$. Met deze interpretatie ligt de weg open voor het toepassen van de Bayesiaanse methode voor het combineren van de tabelinformatie met lokale gegevens.

Discussies in de commissie C135 hebben ertoe geleid dat de commissie beide interpretaties ondersteunt. Het één sluit het ander niet uit, ook het ruimtelijke model in *figuur 2* wordt gekenmerkt door twee spreidingen. Dit betekent wel dat hiermee, in de terminologie van *figuur 2*, verondersteld wordt dat $\sigma_f \approx \sigma_{C_{av}}$, en bijgevolg, omdat $\sigma_C^2 = \sigma_{C_{av}}^2 + \sigma_f^2$, tot de veronderstelling dat de regionale standaardafwijking $\sigma_C \approx 1{,}4\, \sigma_{C_{av}}$. De regionale standaardafwijking is overigens de standaardafwijking van 'puntwaarden' die we vinden bij het opzetten van een regionale proevenverzameling, zie bijvoorbeeld [3]. Deze veronderstelling wordt ondersteund door de ervaring dat men in regionale proevenverzamelingen van grondparameters doorgaans een grotere variatiecoëfficiënt aantreft dan in *tabel 1* van de norm wordt gegeven [6]. Voorts leidt de veronderstelling dat $\sigma_f \approx \sigma_{C_{av}}$ tot een variantieverhouding $\alpha \approx 1/2$ (zie *figuur 2*).
Dit is in redelijke overeenstemming met de in [3] en [4] gerapporteerde analyse van proevenverzamelingen.

Een denkbaar alternatief voor het schatten van de spreiding van lokale laaggemiddelden van een grondeigenschap is als volgt. In *tabel 1* worden onder- en bovengrenzen van laaggemiddelden van de grondeigenschap gegeven. Uit het verschil tussen boven- en ondergrens zouden we ook de gezochte spreidingsmaat kunnen afleiden. Immers dit verschil kan worden geïnterpreteerd als ca. 3,3 keer de standaardafwijking van het lokale laaggemiddelde. Voor een aantal van de in de tabel genoemde grond-

soorten en grondeigenschappen vinden we op die manier relatieve spreidingen die inderdaad overeenkomen met de variatiecoëfficiënten in *tabel 1*. Echter, voor bijvoorbeeld laaggemiddelden van de hoek van inwendige wrijving gaat dit niet op. Het verschil tussen de representatieve boven- en ondergrenzen hierbij is vaak klein, en in een aantal gevallen nul. In dit geval zullen zelfs sterk afwijkende gemiddelden uit lokaal grondonderzoek weinig of geen invloed hebben op de à posteriori verwachting en spreiding van het laaggemiddelde. Immers, als boven- en ondergrens ongeveer gelijk zijn is er theoretisch geen onzekerheidsmarge, dus zouden ook de indicaties in *tabel 1* niet verbeterd kùnnen worden door lokale informatie.
Hiermee zou wel een erg grote wissel getrokken worden op de onfeilbaarheid van *tabel 1*. Om die reden wordt voorgesteld het in de voorgaande alinea's beschreven spreidingsmodel te gebruiken bij het Bayesiaans combineren.

Combineren lokaal grondonderzoek en tabelinformatie in NEN 6740

Combineren van lokale waarnemingen van een grondparameter met informatie uit *tabel 1* kan op verschillende manieren.

De in de NEN 6740 voorgestelde methode
In de norm wordt in paragraaf 8.7.1 aangegeven dat voor het berekenen van karakteristieke laaggemiddelden het gemiddelde van lokale steekproef gecombineerd mag worden met de variatiecoëfficiënt uit *tabel 1*. Het karakteristieke laaggemiddelde wordt berekend als het product van het steekproefgemiddelde en een vermenigvuldigingsfactor $R_{n,V}$, die gegeven is in *tabel 2* van de norm. $R_{n,V}$ is een functie van het aantal waarnemingen van de steekproef, n, en de variatiecoëfficiënt, V. Voor $n \geq 3$ zijn de waarden van $R_{n,V}$ in *tabel 2* gebaseerd op formule (3):

$$C_{gem,kar} = C_{gem} - t_{n-1}^{0.95} \frac{s_C}{\sqrt{n}} = C_{gem} \left(1 - t_{n-1}^{0.95} \frac{V}{\sqrt{n}}\right) = C_{gem} R_{n;V} \quad (6)$$

Hierin is $V = s_C / C_{gem}$ de variatiecoëfficiënt van de steekproef. Indien de variatiecoëfficiënt van de steekproef groter is dan de overeenkomstige variatiecoëfficiënt die in *tabel 1* is gegeven mag de laatste worden gebruikt. Voor $n \leq 2$ worden in *tabel 2* $R_{n;V}$ -waarden gegeven, die pragmatisch zijn vastgesteld [9]. Hierbij moet, volgens de norm, met een variatiecoëfficiënt gerekend worden die minimaal gelijk is aan de overeenkomstige waarde in *tabel 1*. In het kader wordt een getallenvoorbeeld gegeven waarbij n=4.

De gedachte achter de methode is, blijkbaar, dat de empirische relatieve spreidingen in *tabel 1* betrouwbaarder zijn dan relatieve spreidingen die uit lokale steekproeven volgen. Voor kleine steekproeven is dat aannemelijk, maar voor wat grotere steekproeven ligt dat minder voor de hand. Opmerkelijk is dat (voor $n \geq 3$) alleen steekproefspreidingen die groter zijn dan in *tabel 1* mogen worden vervangen door de indicaties in *tabel 1*. Hoewel steekproefspreidingen die kleiner zijn dan in *tabel 1* net zo (on)betrouwbaar zijn hoeven die niet vervangen te worden door de indicaties in *tabel 1*. Voor n<3 is het overigens net andersom. De consistentie van deze procedure lijkt daarom matig; een gedegen (wiskundige) onderbouwing is niet terug te vinden in de literatuur.

Rekenvoorbeeld combinatie tabel 1 en proefresultaten uit lokaal grondonderzoek volgens NEN6740

Als voorbeeld een bodemlaag die gekarakteriseerd is als zwak zandige klei met matige consistentie. Stel dat hiervoor 4 triaxiaalproeven zijn uitgevoerd ter bepaling van φ en c.

De 4 gemeten φ waarden zijn 22, 26, 29 en 31°. Het gemiddelde φgem en de standaardafwijking s_φ zijn respectievelijk 27° en 3,9° (V_φ = 0.145). De 5% karakteristieke ondergrensschatting $\varphi_{av,\,kar}$ voor het laaggemiddelde bedraagt 22,4° op basis van formule (3). *Tabel 1* geeft een variatiecoëfficiënt V_φ = 0,1. Wordt deze waarde gebruikt samen met de factor $R_{n;V}$ = 0,88 (*Tabel 2* uit NEN6740) dan resulteert een karakteristieke ondergrens voor het laaggemiddelde van 23,8°.

Voor de cohesie hebben de proeven de waarden 8, 12, 15 en 17 kPa opgeleverd met gemiddelde C_{gem} =13 kPa, standaardafwijking s_C = 3,9 en variatiecoëfficiënt V_C = 0,3. Hiermee volgt 8,4 kPa als karakteristieke ondergrens voor het laaggemiddelde. Met V_C = 0,2 *(Tabel 1)* en $R_{n;V}$ =0,76 *(Tabel 2)* wordt 9,8 kPa als karakteristieke ondergrens gevonden.

Combineren door *Bayesian Updating*

Een internationaal geaccepteerde methode om waarnemingen uit lokaal grondonderzoek met 'data base' informatie (de informatie uit *tabel 1*) te combineren is *Bayesian Updating*. De hierboven beschreven interpretatie van *tabel 1* van de norm, in termen van een ruimtelijk statistisch model opent de weg voor toepassing van deze methode. Hieronder demonstreren we de aanpak aan de hand van een getallenvoorbeeld. Daarbij wordt *tabel 1* van de norm als voorinformatie (de database informatie) gebruikt. De aanpak is uiteraard ook toepasbaar bij voorinformatie uit een regionale proevenverzameling.

Aan de hand van het karakteristieke laaggemiddelde en de variatiecoëfficiënt in de tabel kunnen de verwachtingswaarde en de standaardafwijking van het laaggemiddelde van een grondeigenschap berekend worden. Deze kengetallen geven we hier aan als μ_1 en σ_1; het subscript 1 gebruiken we om aan te geven dat het à priori informatie is. Als voorbeeld nemen we de ongedraineerde schuifsterkte, c_u, van slappe klei. Volgens *tabel 1* in de norm is de lage representatieve waarde 25 kPa en de hoge representatieve waarde 50 kPa. Het gemiddelde van de twee geeft de à priori bekende verwachtingswaarde μ_1=37,5 kPa.
De à priori bekende standaardafwijking wordt berekend met de variatiecoëfficiënt uit de tabel: σ_1= V x μ_1 = 0,2 x 37,5 = 7,5 kPa.
We veronderstellen een normale kansverdeling.

Veronderstel nu verder dat er een steekproef van lokale waarnemingen is. De steekproefgrootte is n=4, het gemiddelde van de steekproef is $c_{u,av}$=37 kPa en de standaardafwijking van de steekproef s_{Cu} =10 kPa. Ook voor deze waarnemingen wordt een normale verdeling verondersteld.
De 5% karakteristieke ondergrens op basis van alleen de steekproef is, volgens formule (3): $c_{u,av,kar}$= 37-2,35x10/√4=25,2 kPa. Dit is nauwelijks hoger dan lage representatieve waarde volgens de norm. Het gemiddelde en de standaardafwijking van de steekproef gebruiken we als de nieuwe informatie.

We gaan nu de à priori informatie en de nieuwe informatie Bayesiaans combineren. De formules daarvoor zijn [7]:

$$\mu_{1+2} = \frac{\mu_1 \frac{\sigma_2^2}{n} + \mu_2 \sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \frac{\sigma_2^2}{n}} \quad \text{en} \quad \sigma^2_{1+2} = \frac{\sigma_1^2 \frac{\sigma_2^2}{n}}{\sigma_1^2 + \frac{\sigma_2^2}{n}} \quad (7)$$

Hierin is μ_2 het gemiddelde van de steekproef, σ_2 de standaardafwijking van de steekproef, n het aantal waarnemingen in de steekproef.

De nieuwe verwachtingswaarde μ_{1+2} en standaardafwijking σ_{1+2} noemen we de à posteriori schattingen.

We nemen dus μ_2 = 37 kPa en σ_2 = 10 kPa. Hiermee vinden we μ_{1+2}= 37.15 kPa en σ_{1+2}= 4,16 kPa en daarmee een karakteristieke ondergrens, volgens formule (3) waarin de Student t wordt vervangen door 1,645, die gelijk is aan $c_{u,av,kar}$=30,3 kPa.

De Bayesiaanse procedure levert in dit geval een karakteristieke waarde die circa 20 % groter is dan de karakteristieke waarde die berekend is op basis van alleen de steekproef (dus zonder gebruik te maken van de voorinformatie uit *tabel 1*). Dit verschil is sterk afhankelijk van de verhouding σ_2/σ_1 en het aantal waarnemingen in de steekproef. Indien in het rekenvoorbeeld n=3 zou zijn geweest, dan zou de karakteristieke waarde volgens de Bayesiaanse procedure ongeveer 40 % (i.p.v. 20%) hoger zijn uitgekomen dan met toepassing van formule (3) op de steekproef, maar bij n=6 neemt dit echter af tot minder dan 10%.
In het rekenvoorbeeld is de verhouding σ_2/σ_1=1,33. Indien σ_2/σ_1 =1 en n=4, dan neemt het verschil tussen de Bayesiaans en de op basis van alleen de steekproef bepaalde karakteristieke waarden af tot 12% en bij σ_2/σ_1 =0,5 tot 4%.

We concluderen daarom dat het combineren van lokale steekproefinformatie met de voorinformatie op basis van *tabel 1* via *Bayesian Updating* vooral veel effect heeft als het aantal waarnemingen in de steekproef klein is. In de geotechnische adviespraktijk zal dit doorgaans het geval zijn. Bij grote aantallen waarnemingen in de steekproef benadert de karakteristieke waarde op basis van combinatie van steekproef- en voorinformatie de karakteristieke waarde op basis van alleen de steekproef. Grotere steekproeven geven uiteraard altijd betrouwbaarder informatie over laaggemiddelden, alleen het combineren van de steekproefinformatie met de voorinformatie heeft in dat geval weinig effect. Dit is ook het geval wanneer de spreiding in de steekproef klein is ten opzichte van de à priori bekende spreiding in de norm.

Conclusies

Bij het bepalen van karakteristieke waarden van grondparameters uit een proevenverzameling spelen verschillende aspecten een rol. Enerzijds speelt de vraag wat de betekenis is van de grondparameter in de beoogde grondmechanische analyse: een 'puntwaarde' of een gemiddelde langs een vlak of over een volume.
Anderzijds moet onderscheid gemaakt worden naar de opzet van grondonderzoek: lokaal of regionaal. De toe te passen statistische procedure voor het schatten van karakteristieke waarden is hiervan afhankelijk.
Tabel 1 in de geotechnische norm NEN 6740 geeft indicaties voor representatieve waarden van lokale laaggemiddelden van grondparameters voor geotechnische analyses. Voor het (voor)ontwerpen van constructies zijn deze indicaties goed bruikbaar. Zeker bij de wat grotere werken zal doorgaans bij het maken van een definitief ontwerp lokaal additionele informatie worden ingewonnen over de grondeigenschappen.

In dit artikel zijn twee methoden besproken voor het combineren van additionele lokale waarnemingen van grondparameters met (voor)informatie uit de tabel. De in de NEN 6740 gegeven procedure is effectief v.w.b. 'voordelig' combineren, maar de theoretische onderbouwing roept wel vragen op. Een theoretisch betere en internationaal geaccepteerde methode is het *Bayesian Updating* concept. Hiervoor is het wel nodig om de tabelinformatie te 'vertalen' in een ruimtelijk stochastisch variatiemodel, dat ook voor de beschrijving van regionale proevenverzamelingen wordt gebruikt. In dit artikel is hiervoor een voorstel gedaan. Deze methode van combineren is uiteraard ook toepasbaar bij combineren van lokale steekproefinformatie met een regionale proevenverzameling.

Het getallenvoorbeeld laat zien dat de Bayesiaanse methode doorgaans tot gunstiger schattingen van karakteristieke waarden voor laaggemiddelden van grondparameters zal leiden, zowel in vergelijking met de karakteristieke laaggemiddelden in *tabel 1* van NEN 6740 (aangenomen dat die inderdaad conservatief zijn), als in vergelijking met karakteristieke laaggemiddelden die op basis van alleen de additionele lokale waarnemingen worden berekend. De mate waarin is uiteraard afhankelijk van de feitelijke waarnemingen en de grootte van de lokale steekproef. ■

Reacties op dit artikel kunnen tot 15 mei 2008 naar de uitgever worden gestuurd.

Referenties

[1] TAW *Technisch Rapport Waterkerende Grondconstructies.* 2002

[2] TAW *Leidraad voor het Ontwerpen van Rivierdijken*, deel 2. 1989

[3] Calle E.O.F. *Statistiek van Regionale Proevenverzamelingen; Ruimtelijk model voor Grondeigenschappen*, Geotechniek Juli 2007

[4] Calle E.O.F. *Statistiek van Regionale Proevenverzamelingen; Toepassingen*. Geotechniek Jan 2008

[5] CUR, *Van Onzekerheid naar Betrouwbaarheid*, *Handreiking Geotechnisch Ontwerpen.* Rapportage CUR commissie C 135, verwacht medio 2008

[6] Hannink, G., *Van Onzekerheid naar Betrouwbaarheid: Tussen Norm en Praktijk.* Presentatie Geotechniekdag 2005

[7] Tang, W.H., *A Bayesian Evaluation of Information for Foundation Engineering Design.* Int. Conf. on Applications of Statistics and Probability to Soil and Structural Engineering. Hong Kong 1971

[8] NEN 6740 *Geotechniek - TGB 1990 - Basiseisen en belastingen.* Nederlands Normalisatie-instituut, September 2006

[9] Heijnen, W.J. *Discussiestuk t.b.v. de normcommissie NEN 6740, m.b.t. onderbouwing van de aanpassing van paragraaf 8.7.1*. Augustus 9, 2004

[10] Eurocode 7: *Geotechnisch Ontwerp (deel 1)* en Nationale Bijlage. NEN-EN 1997-1:2005 en NB:2006 Ontw. En. Uitgave NEN. ICS codes 91.080.01 en 93.020

[11] Seters A. van, *Eurocode 7.1-Geotechniek komt er aan*. www.fugro-nederland.nl/info/2007_03/april_7.pdf