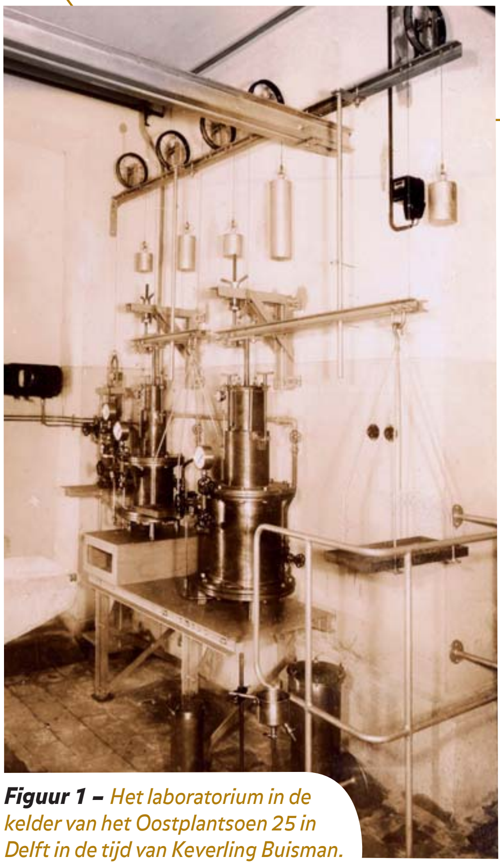
Deel IV in de kleine serie: Wat kunnen wij nu nog van Keverling Buisman leren

Met Buisman naar de isotachen

ir. Jan Heemstra
Medewerker Deltares, belast met het toegankelijker maken van het geoarchief



Figuur 1 – *Het laboratorium in de kelder van het Oostplantsoen 25 in Delft in de tijd van Keverling Buisman.*

Het is verleidelijk deze kleine serie te continueren met alweer zo'n mooi advies waar Keverling Buisman in de jaren dertig nauw bij betrokken is geweest. Deze keer echter wat anders: aandacht voor zijn zakkingstheorie.

Essentieel in de zakkingstheorie van Buisman [1] is de seculaire zakking. Koppejan [2] heeft daarop later zijn C_s gebaseerd, maar het verhaal begint met Buisman, niet met Koppejan.
Buisman werkte met een lineaire relatie tussen belasting en zakking. Zijn formule luidde:

$$z = h\,\alpha\,p$$

waarin:
z = zetting [m]
h = dikte samendrukbare laag [m]
α = samendrukkingsconstante
p = belastingtoename [kgf/cm²]
(Nu zouden we de belasting uitdrukken in [kN/m²].)

$$\alpha = \alpha_p + \alpha_s \log t$$

waarin:
α_p = primaire samendrukkingsconstante
α_s = seculaire samendrukkingsconstante
t = tijd [dagen]

Buisman beschouwde de zakking in een samendrukkingsproef 1 dag na het aanbrengen van een belasting en de daarop volgende seculaire zakking. De seculaire zakking of kruip treedt op zonder dat de belasting nog verandert. Omdat een proef op een dun monster wordt uitgevoerd, is de consolidatie na 1 dag eigenlijk altijd al wel tot stand gekomen. De korrelspanningen in het monster veranderen dan niet meer. Als de tijd gelijk is aan 1 dag, is de grootte van de seculaire zakking volgens deze formule nul, omdat log t dan gelijk is aan nul.

Dit is heel essentieel. In veel gevallen wordt er namelijk, conform de Britse standaard BS1377, gerekend met een zakking aan het eind van de consolidatie ter grootte van

$$z = h\,m_v\,p$$

waarin:
m_v = samendrukkingscoëfficiënt
met daarna een seculaire zakking die begint op t = 1 dag, maar dit is niet hetzelfde: m_v wordt namelijk bepaald aan het einde van de consolidatie van de proef en is in het algemeen kleiner dan α_p.
Aan het einde van de consolidatie veranderen de korrelspanningen in het monster weliswaar niet meer, maar log t is in een proef aan het einde van de consolidatie doorgaans kleiner dan nul. De zakking die er na de consolidatie optreedt tot t = 1 dag is volgens de definitie strikt genomen geen seculaire zakking.
Buismans formule:

$$z = h\left(\alpha_p p + \alpha_s p \log(t)\right)$$

of helemaal netjes geschreven

$$\frac{z}{h} = \alpha_p\left(p_g - p_0\right) + \alpha_s\left(p_g - p_0\right)\log(t)$$
$$\alpha_p'\left(p - p_g\right) + \alpha_s'\left(p - p_g\right)\log(t)$$

waarin:
p_0 = oorspronkelijke terreinspanning
p_g = grensspanning
p = nieuwe spanning

Let op: in de onderste van deze twee formules is p niet meer de belastingtoename maar de belasting zelf.
en de uit combinatie van de consolidatie en de kruip op basis van de Britse standaard gevormde relatie:

$$z = h\left(m_v p + C_\alpha \log(t)\right)$$

waarin:
C_α = secundaire samendrukkingsconstante (in BS1377 wordt deze grootheid C_{sec} genoemd)
zijn niet alleen niet gelijkwaardig omdat de belastingterm p niet in de kruipterm voorkomt,
maar veel belangrijker nog is dat de zakking na 1 dag belasten volgens de definitie helemaal niet hetzelfde is als z = h m_v p. Wij, en wij niet alleen, gebruiken m_v en α_p van Buisman vaak door elkaar. Dat is een doodzonde. Wat wel zou mogen is:

$$z = h\left(\alpha_p p + C_\alpha \log(t)\right)$$

maar deze formule schrijven we liever wat anders. In plaats van de zakking gedeeld door de hoogte schrijven we rek en in plaats van één samendrukkingsconstante α maken we onderscheid in een samendrukkingsconstante α voor de grensspanning p_g en een samendrukkingsconstante α' voor spanningen groter dan p_g. Dit wordt nu:

$$\varepsilon = \alpha_p\left(p_g - p_0\right) + \alpha_p'\left(p - p_g\right) + C_\alpha \log(t)$$

Het eerste of primaire deel van deze formule is van de vorm

$$\varepsilon = \alpha * p$$

Terzaghi werkte met een logaritmische spanningsrek relatie.
Zijn formule luidt:

$$\Delta e = \frac{C_c}{1+e_0}\log\left(\frac{p_0 + \Delta p}{p_0}\right)$$

waarin:
e = poriëngetal
maar wordt in Nederland gewoonlijk geschreven als

$$\frac{z}{h} = \frac{1}{C}\ln\left(\frac{p_0 + \Delta p}{p_0}\right)$$

Samenvatting

Buisman was de ontdekker van het seculair of "eeuwige" effect, de vervorming die optreedt wanneer na een belastingverhoging de wateroverspanningen in de grond verdwenen zijn (kruip). Dat seculair effect verloopt evenredig met de logaritme van de tijd. Het is dan per definitie nul als de tijd gelijk is aan 1 (dag). Vaak wordt er gerekend met het secundair effect. Dit lijkt veel op het seculair effect, maar het is toch iets anders. Het seculair effect beschrijft superponeerbare verschilvervormingen bij belastingveranderingen (kruipverschillen), het secundair effect beschrijft daarentegen de vervormingen (kruip) zelf.
Buisman werkte met een lineaire relatie tussen spanning en vervorming. Door nu Buismans formule te combineren met secundaire kruip en zijn formules om te zetten in een logaritmische spannings-rekrelatie zijn we al bijna bij de, vaak als zo moeilijk ervaren, isotachenmethode. Het wordt dan ook mogelijk de op een lineair spannings-rekmodel gebaseerde consolidatietheorie van Terzaghi op een andere manier toe te passen. Het isotachenmodel wordt hierdoor juist voor de man uit de praktijk beter te doorzien en de kracht ervan beter te begrijpen. Voor een eigenschap die ook bij toepassing van het isotachenmodel bij kleine spanningen nog vaak problemen geeft, gaf Buisman de oplossing al.

Deze formule is van de vorm

$$\varepsilon = \frac{1}{C}\ln\left(\frac{p_0 + \Delta p}{p_0}\right)$$

In deze logaritmische spannings-rekrelatie is de rol van C vergelijkbaar met 1/α.

Koppejan combineerde Buisman en Terzaghi maar den Haan [3] combineerde ze beter tot:

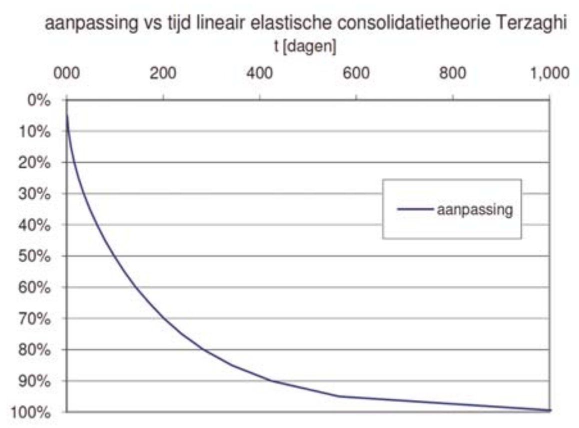
$$\varepsilon = a\ln\left(\frac{p_g}{p_0}\right) + b\ln\left(\frac{p}{p_g}\right) + 2{,}3\,c\log(t)$$

De factor 2,3 of ln(10) komt doordat den Haan er voor kiest met ln(t) te werken.
Een probleem met het vergelijken van de zakking in een grondmonster van circa 2 cm dik en een meters dikke laag samendrukbare grond is dat de spanningsaangroei in de grondlaag, de consolidatie, veel trager verloopt dan die in een monstertje. Terzaghi heeft het consolidatieverloop beschreven. Hoewel Terzaghi de bedenker is van de logaritmische samendrukkingswet, is het door hem beschreven consolidatieverloop gebaseerd op een lineaire elastisch rekenmodel. Zijn aanpassing wordt vaak gebruikt om de vervorming tijdens de consolidatie te beschrijven, maar eigenlijk beschrijft hij de gemiddelde spanningsaangroei in een grondlaag (gemiddeld omdat de spanningsaangroei aan de randen van de laag sneller verloopt dan in het midden). In de figuur is dit verloop getekend voor een consolidatieperiode van 1000 dagen, zowel op lineair als op logaritmische schaal.

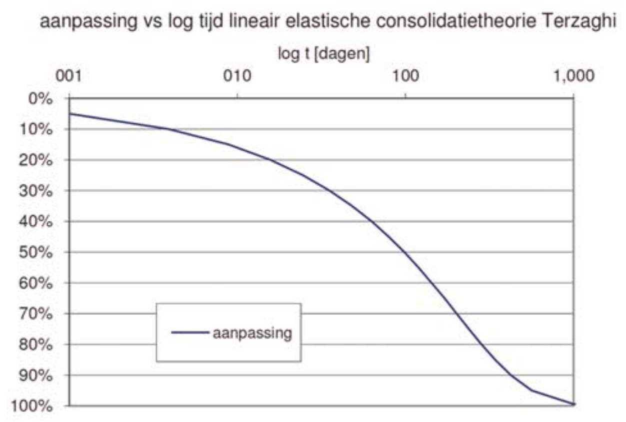
Bij de methoden Buisman en Koppejan wordt gebruik gemaakt van het superpositiebeginsel. Den Haan [3] heeft overtuigend aangetoond dat met dit beginsel bij elke belastingstap een nieuwe fout wordt geïntroduceerd. Bij gebruik van de genoemde methoden lukt het dan ook niet een belastingstap in een aantal kleine, elkaar steeds opvolgende belastingstappen te verdelen: hoe meer stapjes, hoe groter wordt de fout. Bij de isotachenmethode, die geen gebruik maakt van superpositie, lukt dit wel, zoals hierna zal worden aangetoond.

Een gemakkelijk hulpmiddel voor inzicht in zakkingsberekeningen is het begrip rusttoestand. Strikt genomen is er geen rusttoestand. Buisman zei het al: slappe grond zakt eeuwig, zelfs als er nog geen belasting op aangrijpt. Moderne methoden spreken dan ook niet van een rusttoestand maar van een toestand waarin de vervormingssnelheid een bepaalde (lage) waarde heeft. Dat hier toch van een rusttoestand wordt gesproken is dan ook alleen omdat het in de adviespraktijk zo gemakkelijk is. Het kan dan ook het begrip van de verschillende zakkingstheorieën en het vergelijken ervan gemakkelijker maken. Hier wordt er beslist niet voor gepleit rücksichtslos (zonder nadenken) altijd maar met 10^4 dagen als rusttoestand te rekenen.
Als we het zakken van een grondlaag in werkelijkheid beschouwen, moeten we om te beginnen ervoor zorgen dat de zakking in de rusttoestand overeenkomt met wat we met onze klompen aanvoelen. Om het eenvoudig te houden kunnen we eerst eens aannemen dat de grond zonder belasting niet begint te zakken. Dat lijkt een waarheid als een koe, maar we moeten het wel goed in ons rekenmodel brengen.

Wat is een rusttoestand? In de adviespraktijk wordt de zakking die na 10^4 dagen belasten in een proef zou worden bereikt vaak de eindtoestand genoemd. Het lijkt geen gek idee om in het kader



Figuur 2 – *Consolidatieverloop overeenkomstig Buismans leerboek figuur 62.*



Figuur 3 – *Dezelfde figuur als figuur 2, maar nu op logaritmische tijdschaal.*

van dit verhaal die zetting ook voor een grondlaag als de zetting in de rusttoestand te benoemen. Natuurlijk zijn er ook grondlagen waarop een belasting nog geen 10^4 dagen heeft aangegrepen. Daar moeten we dan iets anders voor verzinnen. Ook zijn er gronden die zich stijver gedragen dan een doorsneegrond, de zogenaamde overgeconsolideerde gronden. Ook die vragen een andere aanpak. Maar voor een doorsneegrond valt er in de adviespraktijk op basis van het model van Buisman goed te leven met:

$$\varepsilon = \alpha_p\left(p_g - p_0\right) + \alpha_p{'}\left(p_0 - p_g\right) + \left(\alpha_s \log(t)\left(p_g - p_0\right)\right) + \left(\alpha_s{'}\log(t)\right)\left(p_0 - p_g\right) = 0$$

(fundamenteel kan het mooier en beter. Maar voor dit verhaal, waar het draait om inzicht in de overeenkomsten tussen oud en nieuw, voert het wat ver om daar al te diep op in te gaan. Wie het werkelijk 'hetjes''wil doen, zij verwezen naar den Haan [4])

Analoog aan het voorgaande kunnen we deze formule nu transformeren in:

$$\varepsilon = \alpha_p\left(p_g - p_0\right) + \alpha_p{'}\left(p_0 - p_g\right) + C_\alpha \log\left(10^4\right) = 0$$

Met de op een logaritmische spannings-rekrelatie gebaseerde isotachenmethode van den Haan kan hetzelfde worden gedaan:

$$\varepsilon = a\ln\left(\frac{p_g}{p_0}\right) + b\ln\left(\frac{p_0}{p_g}\right) + c\ln\left(\frac{10^4}{1}\right) = (a-b)\ln(OCR) + c*2{,}3*4 = 0$$

waarin

$OCR = p_g/p_0$

Hieruit is direct af te leiden welke waarde OCR moet hebben om de begintoestand als rusttoestand aan te merken.

Is OCR kleiner dan zal er zakking moeten optreden om een rusttoestand te bereiken, ook als de spanning niet aangroeit. Zo'n situatie kan zich voordoen na een recente belastingverhoging.

OCR kan ook groter zijn, bijvoorbeeld doordat de huidige p_0 kleiner is dan p_0 eerder ooit geweest is, of doordat de grond door zeer lang liggen steviger geworden is. Dan zal er bij aangroeien van de spanning aanvankelijk maar nauwelijks kruip optreden. Zo'n situatie noemen we voorbelast of overgeconsolideerd gedrag.

Wanneer we nu de spanning met een kleine stap laten toenemen (en dat doen we aan hand van de hierboven getekende aanpassingscurve volgens Terzaghi die, omdat deze op een elastisch spannings-rekmodel is gebaseerd, zowel voor belastingstoename als voor toename van de vervorming toepasbaar is) dan bereiken we een toestand die te vergelijken is met grond die nog net niet in een rusttoestand verkeert.

Er moet dan enige tijd overheen alvorens de rust- of eindtoestand weer zou worden bereikt. De schijnbare voorbelastingstijd, die eerst 10^4 dagen was, is nu korter geworden.

We hoeven niet te wachten tot de rusttoestand weer is bereikt, we kunnen na enige tijd ook de spanning weer verhogen, steeds volgens de relatie van Terzaghi, en de spanning gedurende enige tijd constant houden.

Het uitrekenen van de optredende zakkingen kunnen we in theorie ook nog wel uitvoeren volgens Buismans lineair elastische rekenmodel.

Dat zou echter niet erg praktisch zijn. Beter is het aan te sluiten bij moderne standaarden: een logaritmische spannings-rek relatie in plaats van een lineaire. Combinatie van het lineaire consolidatiemodel met de logaritmische spannings-rekrelatie is niets bijzonders: we hebben jaren nooit anders gedaan.

Figuur 4 maakt één en ander duidelijker wat we zo berekenen.

Wat zien we hier nu?

De berekening is uitgevoerd voor een oorspronkelijke belasting p_0 van 10 kN/m².

De grond gedraagt zich alsof deze belasting er 10^4 dagen op heeft gerust (rust- of eindtoestand).

Zoals opgemerkt is 10^4 dagen geen hard getal. Den Haan [4] toonde aan (zijn tabel 1) dat deze waarde eerder groter dan kleiner moet zijn. In figuur 4 zijn ook daarvan de consequenties aangegeven. Aangezien p_0 een vast gegeven is, kan het beginpunt van de figuur in horizontale zin niet verschuiven. Dat betekent dat het beginpunt lager op dezelfde verticaal komt te liggen, zodanig dat het op een isotach met een lagere snelheid uitkomt.

Bij een langere rusttijd dan 10^4 dagen in de begintoestand is er al meer vervorming (ageing) opgetreden, waardoor de grensspanning is toegenomen. Er treedt dan minder vervorming op. 10^4 dagen na het aanbrengen van de belastingverhoging is de zettingssnelheid voor beide starttoestanden ongeveer gelijk.

Als nu de belasting wordt verhoogd van p_0 naar $p_0+\Delta p$, zal er zakking (rek) optreden. Die rek kunnen we op twee manieren berekenen. Simpel: bij een belastingverhoging treedt er instant aan rek op ter grootte van:

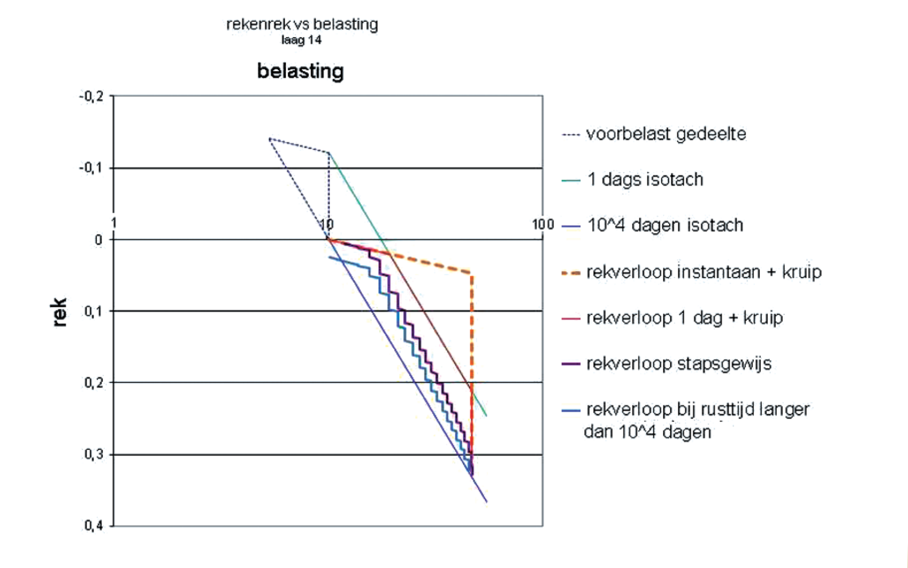
$$\varepsilon = a\ln\left(\frac{p_0 + \Delta p}{p_0}\right)$$

maar ook:

$$\varepsilon = a\ln\left(\frac{p_g}{p_0}\right) + b\ln\left(\frac{p_0 + \Delta p}{p_g}\right) + c\ln\left(\frac{t^*}{1}\right)$$

Die t* is een tijd die we nog niet kennen, maar die hier in elk geval korter zal zijn dan 10^4 dagen. We kunnen hem wel uitrekenen, namelijk door beide betrekkingen gelijk te stellen.

Op het eerste gezicht zeggen we: hij moet in elk geval minstens zo groot zijn als één dag, maar de berekening blijkt ook nog helemaal goed te gaan als de tijd t* korter wordt dan 1 dag. We hebben nu een relatie tussen de belastingverhoging Δp en de schijnbare voorbelastingstijd t* behorende bij de nieuwe belasting $p_0+\Delta p$. Den Haan [4] en Visschedijk [5] spreken niet van schijnbare voorbelastingstijd maar van intrinsieke tijd, maar de gedachtegang is dezelfde.



***Figuur 4 –** Voorbeeldberekening (één van de slappe lagen onder proefvak Stolwijk).*

Als we nu de belasting constant houden maar de tijd een tijdje Δt laten lopen loopt de secundaire rek op. De rek wordt nu:

$$\varepsilon = a\ln(\frac{p_0+\Delta p}{p_0})+c\ \ln\left(\frac{t^{*}+\Delta t}{t^{*}}\right)$$

Neemt de belasting nu weer toe, dan is er wel iets veranderd. De grond gedraagt zich alsof de grensspanning groter is geworden. Gelukkig kunnen we die nieuwe grensspanning ook weer uitrekenen. Dat doen we weer door twee rekken gelijk te stellen. Met wat meetkunde blijkt:

$$(a-b)\ln(\frac{p_{gnieuw}}{p_0+\Delta p})+c\ln(t^{*}+\Delta t)=0$$

We krijgen dan de volgende betrekkingen voor elke belastingverhoging van p_i naar p_{i+1}:
1. bij het instantaan laten groeien van de belasting van p_i naar p_{i+1} kunnen we de direct optredende rek en de intrinsieke tijd bij de nieuwe belasting uitrekenen;
2. bij het aangroeien van de tijd en constante belasting kunnen we de toename van de rek uitrekenen;
3. bij het stilzetten van de tijd kunnen we uitrekenen hoe groot de nieuwe grensspanning is geworden.

We kunnen deze relaties gebruiken om een consoliderende belasting te beschrijven als een gefaseerde belasting. Door op deze manier te rekenen wordt bij een in fasen opgebrachte belasting dezelfde "eindzakking" in de berekening gevonden als bij een in één keer opgebrachte belasting.
Anders gezegd: de rek na 10^4 dagen, die we hier de eindrek noemen, zou bij deze wijze van rekenen in een snel consoliderend monster even groot worden als deze wordt in een langzaam consoliderende grondlaag.
Dat lijkt vanzelfsprekend, maar dat was het niet: Koppejan paste het superpositiebeginsel toe (Buisman deed dat overigens ook), en dat beginsel leidde bij ongelijk consoliderende grondlagen tot ongelijke uitkomsten.

Dat dit zo is, is in de grafiek snel te zien. De rode lijn geeft aan wat de grondlaag zou doen bij het onmiddellijk consolideren. De paarse lijn geeft aan wat de grondlaag doet als de belasting op-gebouwd gedacht wordt uit 20 gefaseerde belastingen die verlopen volgens het eerder gepresenteerde consolidatieverloop als functie van de tijd zoals dat is opgesteld door Terzaghi.
Het aardige is nu, dat Buisman ons al op het goede spoor gezet heeft. Ook Buisman zelf maakte al gebruik van logaritmische spannings-rekrelaties. Hij ging echter niet zo ver als Koppejan om met een spanningsafhankelijke, logaritmische seculaire samendrukking te rekenen. Met die relatie heeft Koppejan het goede spoor toch een beetje verlaten. Met de isotachen van den Haan hebben we het weer teruggevonden.

Figuur 5 – *Het geo-archief aan het Oostplantsoen 25 in Delft eind jaren dertig.*

Twee kanttekeningen nog

1. Er zijn verschillende vormen van rek. Lineaire rek en natuurlijke rek zijn niet helemaal hetzelfde. Den Haan heeft het verschil netjes beschreven in [3] en aangegeven waarom je uit een samendrukkingsproef beter de parameters aan de hand van de natuurlijke rek kunt bepalen. Wil je in een grondlaag netjes rekenen, dan moet je deze vormen van rek niet door elkaar gebruiken! Als van bestaande proeven de oude waarnemingen nog zijn overgeleverd, kunnen de samendrukkings-parameters ook nu nog op basis van natuurlijke rek worden berekend.
2. Bij zakkingsberekeningen op basis van een logaritmische spannings-rekrelatie ontstaan numerieke problemen als de spanning erg klein is. Ook Buisman werkte al met een dergelijke relatie (die van Terzaghi) en hij hanteerde als oplossing een kleine toegevoegde spanning p_c die hij bij de oorspronkelijke spanning p_0 optelde (Buismans leerboek §38, pag. 84).

In een situatie met een korrelspanning in de oorspronkelijke toestand van ongeveer nul kan een kleine bovenbelasting in de begintoestand worden toegevoegd, zodanig dat de korrelspanning dan niet kleiner wordt dan de eerste belastingstap in een representatieve samendrukkingsproef. Gewoonlijk is dit 10 kN/m². Deze wijze van rekenen is nog steeds de enige bruikbare en kan naadloos worden ingevoegd in bovenstaande rekenmethode.

EERDERE DELEN IN DEZE SERIE

1. *De betekenis van klassieke matrassen in de wegenbouw voor de paalmatras van vandaag*, Geokunst april 2008
2. *75 jaar samendrukking in het veen*, Geotechniek januari 2012
3. *Ervaringen met de aanleg van autowegen in de Provincie Zuid-Holland: Abtswoude, de weg die er nooit kwam*, Geotechniek januari 2013

Literatuur

[1] Keverling Buisman, A.S., *Grondmechanica*, Waltman 1940/ Balkema 1996.
[2] Koppejan, A.W., *A formula combining the Terzaghi load compression relationship and the Buisman secular time effect*. Proc. 2nd Int. Conf. Soil Mech. And Found. Eng., Rotterdam, 3, pp. 32-38, 1948.
[3] Haan, E.J. den, *De abc methode, Nieuw a-b-c vereenvoudigt berekening zetting: denkraam voor samendrukking van verknede en natuurlijke klei*, Land en Water 1992-3.
[4] Haan, E.J. den, *De intrinsieke tijd in het isotachenmodel*, Geotechniek januari 2008.
[5] Visschedijk, M., *Isotachenberekeningen op een sigarendoosje*, Geotechniek juli 2010.